

一种基于因素图的联合信道估计和信号检测迭代算法

郭心悦, 胡 波, 杨 涛

(复旦大学电子工程系, 上海 200433)

摘 要: 本文提出了一种新的联合信道估计和信号检测算法. 基于广义分配率准则, 将实现发送序列最优估计的似然函数分解为多个局部概率函数的乘积, 而局部概率函数之间的关系借助直观的因素图来描述. 在此基础上, 利用和积算法, 实现分布式的联合信道估计和信号检测, 以较低的计算复杂度达到最优序列检测性能的逼近. 同时, 采用粒子滤波处理和积算法中出现的连续变量积分, 实现频率选择性衰落信道的实时跟踪, 从而可有效降低导频数量, 提高频谱效率. 仿真结果表明, 这种联合算法在获得较好的检测性能同时, 计算复杂度显著降低.

关键词: 信号检测; 信道估计; 因素图; 和积算法; 粒子滤波

中图分类号: TN911. 23 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 01-235-05

The Joint Channel Estimation and Signal Detection Iteration Algorithm via Factor Graph

GUO Xir yue, HU Bo, YANG Tao

(Department of Electronic Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: In this paper, a novel joint channel estimation and symbol detection algorithm is proposed. Based on the idea of generalized distribution law, the likelihood function which is used to achieve the optimal sequence detection is factored into products of several terms of local probability function. An intuitive factor graph is adopted to describe the relationship of these terms. Then a distributive joint channel estimation and symbol detection method is deduced by applying sum-product algorithm on the factor graph directly, which approximates the performance of optimal sequence detection with low computational complexity. Meanwhile, particle filter is introduced to solve integrals of continuous variables in the algorithm, by which a real time channel tracking is presented. Thus the demand for pilot symbols can be reduced and the spectrum utilization efficiency is improved. Simulation results show that the new algorithm can achieve good performance with low computational complexity.

Key words: symbol detection; channel estimation; factor graph; sum-product algorithm; particle filter

1 引言

无线通信系统中, 受多径传播和时变的影响, 接收信号会产生畸变. 为消除多径效应导致的码间干扰, 需要设计合适的算法实现信道的均衡和发送符号的检测. 目前, 关于信道均衡的研究很多, 如迫零算法, 最小均方误差算法, 判决反馈算法等, 这些算法实现简单, 但都有各自的局限性, 性能也不够理想^[1]. 基于最大似然(ML, Maximum Likelihood)检测的Viterbi算法可以获取最优检测性能^[2], 但计算复杂度与信道多径时延扩展成指数关系, 大大限制了其在实际中的应用. 因此, 设计逼近最优检测性能但同时具有较低计算复杂度的检测算法具有非常重要的意义.

除此之外, 设计符号检测算法还需考虑信道参数变

化的影响. 在准静态信道条件下, 采用间隔插入导频可获取信道参数的准确估计, 而当信道快变时, 需通过增加导频数目以维持这种准确性, 但导频数的增加反过来会导致频谱效率的下降. 因此, 在设计符号检测算法时, 一方面应实现信道参数的连续估计, 另一方面尽可能减少导频信号的插入.

针对上述两个要求, 本文提出一种联合信道估计和信号检测的接收机结构. 根据ML准则, 发送序列的最优估计问题可看作是已知接收序列与时变信道参数、发送序列构成的条件概率函数(似然函数)的求解问题. 为降低计算复杂度, 根据广义分配律思想^[3], 可将似然函数分解为多个局部概率函数, 每个局部概率函数做独立的信息处理, 同时又把计算得到的信息传递给其他局部概率函数, 形成一种分布式的迭代信号检测结构.

为得到直观接收机结构表示,文中引入因素图表示各局部函数和变量间的关系,并基于这一结构,利用和积算法^[4-6],推导出迭代检测算法.同时,针对信道参数跟踪过程中遇到的连续变量积分问题,采用粒子滤波^[7],即用一系列离散随机变量值的求和来逼近积分,从而得到近似的信道估计.

2 系统模型

考虑一个频率选择性和时间选择性的衰落信道,信道变化服从 Rayleigh 分布,且信道时变主要来自发送和接收端相对移动引起的 Doppler 效应.信道参数的自相关函数可表示为:

$$R_h[k] = J_0(2\pi f_d T_s k) \quad (1)$$

其中 f_d 为发送端和接收端的相对 Doppler 扩展, T_s 表示符号周期, $J_0(\cdot)$ 为第一类零阶 Bessel 函数.高阶自回归 (AR, Autoregressive) 模型可以精确的刻画式 (1) 中的信道模型^[8],但研究表明,采用一个合适的低阶自回归模型即可很好的匹配 Bessel 自相关函数的前几项,并能得到较好的信道动态特性描述,同时也更有利于设计简单有效的信道跟踪算法^[9].综上所述,考虑采用如下的一阶 AR 模型来描述信道的衰落特性

$$h(n) = \alpha h(n-1) + v(n) \quad (2)$$

其中噪声项 $v(n)$ 是零均值,方差为 σ_v^2 的高斯过程,且与 $h(n-1)$ 独立. AR 模型系数和噪声方差分别可以由下式计算得到

$$\sigma_v^2 = 1 - |\alpha|^2 \quad (3)$$

$$\alpha = E[h(n)h^*(n-1)] = J_0(2\pi f_d T_s) \quad (4)$$

对于频率选择性衰落信道,由于多径衰落是相互独立的,故每条径可分别用一个一阶的 AR 模型来描述.

基于上述分析,考虑一单入单出 (SISO, Single Input-Single-Output) 的基带通信系统,采用二进制相移键控 (BPSK, Binary Phase Shift Keying) 调制方式, t 时刻的接收信号为

$$y_t = \sum_{i=1}^L h_{t,i} x_{t-i+1} + n_t \quad (5)$$

其中 x_t 表示 t 时刻的发送符号, y_t 表示 t 时刻的接收符号, $h_{t,i}$ 表示 t 时刻第 i 条径上的信道参数值, L 为信道多径数.

根据上述的系统模型,用 ML 算法得到的发送序列的最优检测可表示为:

$$\hat{x}_{1:t} = \arg \max_{x_{1:t}} p(y_{1:t} | x_{1:t}) \quad (6)$$

其中 $x_{1:t}$ 表示 1 到 t 时刻的发送符号序列, $y_{1:t}$ 表示 1 到 t 时刻的接收符号序列.

3 基于因素图的联合信道估计和信号检测迭代算法

在频率选择性衰落信道环境下,由于多径的存在,从而导致了不同时刻符号估计的相关性.因此,式 (6) 中的似然函数可进一步分解为

$$\begin{aligned} p(y_{1:t} | x_{1:t}) &= \int_{\mathbf{h}_{1:t}} p(y_{1:t} | x_{1:t}, \mathbf{h}_{1:t}) p(\mathbf{h}_{1:t}) d\mathbf{h}_{1:t} \\ &= \int_{\mathbf{h}_{1:t}} \prod_{j=1}^L p(y_j | x_j, \mathbf{h}_j) p(\mathbf{h}_0) \\ &\quad \cdot \prod_{j=1}^t p(\mathbf{h}_j | \mathbf{h}_{j-1}) d\mathbf{h}_{1:t} \end{aligned} \quad (7)$$

由于各径上的衰落相互独立,故有

$$p(\mathbf{h}_j | \mathbf{h}_{j-1}) = p(h_{j,1} | h_{j-1,1}) \cdots p(h_{j,L} | h_{j-1,L})$$

其中 $x_t = \{x_t, x_{t-1} \cdots x_{t-L+1}\}$ 表示 t 时刻的发送符号矢量, $\mathbf{h}_t = \{h_{t,1}, h_{t,2} \cdots h_{t,L}\}$ 表示 t 时刻 L 条不同路径对应的信道参数.

受广义分配律的启发,我们把似然函数分解为一系列独立概率函数的乘积,并借用因素图来表示各分解项与变量的关系.因素图是一幅双向图,它由函数节点,变量节点和图边组成.当某个函数包含某个变量时,变量节点和函数节点之间就需用图边连接起来^[6].基于因素图的接收机结构描述如图 1 所示,图中方块表示函数节点,圆圈表示变量节点,直线表示连接函数节点和变量节点的图边,图中假定多径数 $L=3$.

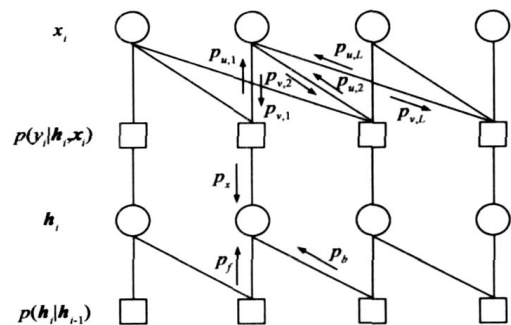


图1 频率选择性衰落信道下的因素图接收机模型

基于上述检测模型,利用和积算法^[5],得到了一种基于分布式结构的联合信道估计和信号检测算法.这种算法的主要思想是:将分解的每个概率函数项作为独立的信息处理单元,然后通过信息交互将得到的符号信息传递给其他相关联的概率函数项,形成一种符号检测的迭代更新算法,最终可逼近全局的最优检测结果.

因素图与和积算法中一个很重要的问题是“环”.如果构建的因素图模型中不存在环,则由和积算法可以得到精确的后验估计结果.然而,信道中多径的存在往往会给因素图模型带来环,如图 1 所示.幸运的是,许

多实际应用都证明,环并不会给和积算法带来太大的性能影响.在文献[10]中,作者证明了在频率选择性衰落信道下,如果因素图中含有的环周长不小于6,则和积算法仍可以收敛到最优的后验概率结果.而对于因素图中周长为4的环,则可通过“stretching”技术得到等价的只含最小周长为6环的因素图.但与文献[10]中确定性的多径信道不同,对于一个时变的多径信道,周长为4的环不会给系统性能带来很大的影响^[11].原因如下:在描述信号检测的因素图模型中,每条边上的权值由信道系数决定,而在时变信道中信道系数是随机变量,因此每条边上的权值是不相等的,也即每条边上传递的信息的重要性是不同的.由于信道衰落的随机特性,每个时刻只有部分边上的权值比较大,也就是说,在同一时刻长度为4的环的每条边都具有较大权值的概率很低.在这种情况下,长度为4的环不会给系统带来很大的性能影响.

下面,根据图1的因素图模型,借助和积算法规则,按照各节点顺序反复迭代更新各图边信息,其中从符号节点向变量节点传递的信息可以理解为该变量的“先验信息”,而从函数节点向变量节点传递的信息则可以理解为该变量的“后验信息”,通过外信息的传递,“先验信息”和“后验信息”在反复迭代过程中得到更新直到收敛.根据上面的描述,迭代检测算法的具体步骤可以表示如下:

步骤 1:从符号变量节点传递到函数节点的信息可以理解为符号的“先验信息”,通过下式计算得到

$$p_{u,k}(x_i) = \prod_{j=1, j \neq k}^L p_{v,j}(x_i) \quad (8)$$

其中各变量标识如图1所示.由于发送符号假定先验等概率,因此设定初始值为 $p_{u,k}(x_i) = 0.5, i = 1, \dots, t, k = 1, \dots, L$.

步骤 2:根据更新的符号信息,得到从函数节点传递到信道参数变量节点的关于信道参数的“后验信息”,表示为

$$p_x(\mathbf{h}_i) = \sum_{x_i} p(y_i | \mathbf{h}_i, x_i) \prod_{j=1}^L p_{v,j}(x_{i-j+1}) \quad (9)$$

步骤 3:根据信道参数模型,更新信道参数信息,由于信道参数变化为一个马尔可夫过程,用前向/后向算法表示各时刻信道参数在时间上的相关性,即

$$p_f(\mathbf{h}_i) = \int_{\mathbf{h}_{i-1}} p(\mathbf{h}_i | \mathbf{h}_{i-1}) p_f(\mathbf{h}_{i-1}) p_x(\mathbf{h}_{i-1}) d\mathbf{h}_{i-1} \quad (10)$$

$$p_b(\mathbf{h}_i) = \int_{\mathbf{h}_{i+1}} p(\mathbf{h}_{i+1} | \mathbf{h}_i) p_b(\mathbf{h}_{i+1}) p_x(\mathbf{h}_{i+1}) d\mathbf{h}_{i+1} \quad (11)$$

步骤 4:根据更新信道参数信息,得到从函数节点传递到符号变量节点的关于符号变量的“后验信

息”,表示为

$$p_{u,k}(x_i) = \int_{\mathbf{h}_{i-1+k}, \mathbf{x}_{i-1+k}} \sum_{x_i} p(y_{i-1+k} | \mathbf{h}_{i-1+k}, \mathbf{x}_{i-1+k}) p_f(\mathbf{h}_{i-1+k}) \cdot p_b(\mathbf{h}_{i-1+k}) \prod_{j=1, j \neq k}^L p_{v,j}(x_{i-k-j}) d\mathbf{h}_{i-1+k} \quad (12)$$

上式中 $k = 1, 2, \dots, L$.

重复步骤 1~4 直到停止迭代的条件得到满足.

步骤 5:最后,由所有与该符号相关的信息得到符号的估计值

$$\hat{x}_i = \arg \max_{x_i} \prod_{j=1}^L p_{v,j}(x_i) \quad (13)$$

从上面的算法中可以看到,式(10),(11)和(12)中均含有连续变量的积分,使得算法有可能无法得到解析解.为避免式中连续变量的积分问题,本文引入粒子滤波算法.其基本思想是,用一系列离散采样值和其对应的权值来逼近某一变量的概率分布^[7].由于粒子是通过重要采样的方法获得,采样得到的大多数粒子表示概率分布函数中出现概率较大的点,因此我们可以用这些离散的粒子代替连续变量的取值空间,而忽略那些出现概率较小的点.这样借助于粒子滤波算法,通过用一系列离散粒子取代积分变量,仅用简单的求和运算即可获得连续变量积分的近似结果.由于粒子滤波算法是一种递推算法,粒子集合会在每个时刻得到更新,因此事实上这是一个实时的信道跟踪过程.

粒子滤波算法中有很多产生粒子的途径,在本文中,由于信道参数由一阶 AR 模型模拟,根据这个模型可以选用比较简单的先验重要函数来产生粒子,具体的算法描述如下:

步骤 1:采用先验分布的重要函数,对每条路径的信道参数分别采样:

$$h_{i,j}^{(m)} \sim p(h_{i,j} | h_{i-1,j}^{(m)}) \quad j = 1, \dots, L \quad (14)$$

其中上标 m 表示粒子,下标 i 表示时刻, j 表示路径.

步骤 2:计算相应的权值

$$w_i^{(m)} = w_{i-1}^{(m)} p(y_i | \mathbf{h}_i^{(m)}) \quad (15)$$

其中 $\mathbf{h}_i^{(m)} = \{h_{i,1}^{(m)}, h_{i,2}^{(m)}, \dots, h_{i,L}^{(m)}\}$.

步骤 3:对权值进行归一化,得到归一化权值 $\tilde{w}_i^{(k)}$.

步骤 4:粒子滤波算法的一个重要问题是离散粒子会出现退化现象,结果导致粒子中只有少数有效粒子,为此需要一个重采样的策略来克服这种退化,过程如下:

(1) 根据粒子和权值给出的分布重新采样得到 $h_{i,j}^*{}^{(m)}$.

(2) 令 $h_{i,j}^{(m)} = h_{i,j}^*{}^{(m)}$,并设定新粒子的权值为 $(1/N)$.

对于上述的粒子滤波算法,不难发现它有一个隐含的相位模糊问题.造成这种现象的原因是粒子权值的计算中不包含发送符号的信息,导致不同相位的信

道参数有可能计算得到相同的权值. 通常, 插入符号序列中的导频符号可以很好的解决这个问题. 由于多径的影响, 在两块符号数据中间插入的导频数量等于多径数目, 故对导频点的粒子权值计算修正如下:

$$w_i^{(m)} = w_{i-1}^{(m)} p(y_i | \mathbf{h}_i^{(m)}, \mathbf{x}_i^{(m)}) \quad (16)$$

当获得离散粒子集合之后, 上述的算法中的式(10), (11)和(12)就可以简化为:

$$p_f(\mathbf{h}_i) = \sum_m p(\mathbf{h}_i | \mathbf{h}_{i-1}^{(m)}) p_f(\mathbf{h}_{i-1}^{(m)}) p_x(\mathbf{h}_{i-1}^{(m)}) \quad (17)$$

$$p_b(\mathbf{h}_i) = \sum_m p(\mathbf{h}_{i+1}^{(m)} | \mathbf{h}_i) p_b(\mathbf{h}_{i+1}^{(m)}) p_x(\mathbf{h}_{i+1}^{(m)}) \quad (18)$$

$$p_{u,k}(x_i) = \sum_{x_i \neq x_{i-1}} \sum_m p(y_{i-1+k} | \mathbf{h}_{i-1+k}^{(m)}, \mathbf{x}_{i-1+k}) p_f(\mathbf{h}_{i-1+k}^{(m)}) \cdot p_b(\mathbf{h}_{i-1+k}^{(m)}) \prod_{j=1, j \neq k}^L p_{v,j}(x_{i+k-j}) \quad (19)$$

4 仿真结果及性能分析

假定一基带 SISO 系统, 分别考虑两种不同的多径信道模型, 一种为 4 径信道, 信道抽头矢量表示为 $[h_{t,1}, h_{t,2}, 0, h_{t,4}]$, 该模型在因素图中只含有长度为 6 的环; 另一种为 3 径信道, 信道抽头矢量表示为 $[h_{t,1}, h_{t,2}, h_{t,3}]$, 该模型包含长度为 4 的环. 每条径均由一阶 AR 模型描述, 且每条径的衰落速率相同, 本文仿真中设定归一化衰落速率 $f_d T_s = 0.005^{[12]}$.

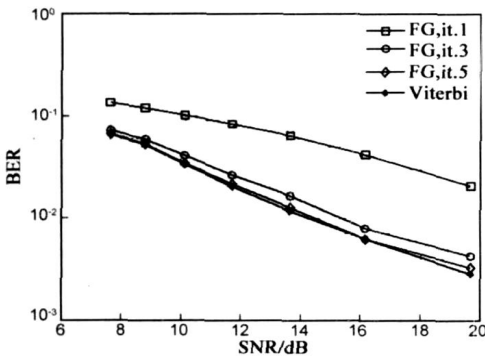


图2 因素图算法与Viterbi算法的BER比较(多径数L=3, 准确信道估计)

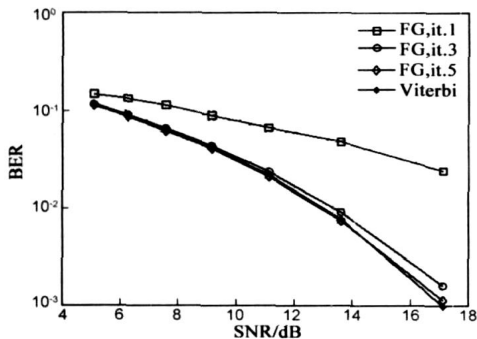


图3 因素图算法与Viterbi算法的BER比较(多径数L=4, 准确信道估计)

为了评估迭代信号检测算法的性能, 首先给出准确信道估计下的均衡性能, 图2和图3分别给出了3径和4径信道条件下, 所提算法与Viterbi算法的误码率(BER, Bit Error Rate)性能比较. 图中, ‘FG.it.1’表示因素图算法经过一次迭代的BER结果, ‘Viterbi’表示Viterbi算法的BER结果. 从仿真结果可知, 无论哪种信道条件, 即无论因素图中是否含有长度为4的环, 分布式的信号检测算法都可以获取近似Viterbi算法的性能. 迭代对于提高算法性能起到了很大的作用, 在前两次迭代过程中, 性能改善最为明显, 而经过5次迭代后, 算法收敛到最优检测结果. 另一方面, 根据算法描述可以看到, 每个函数节点只与和它相关的变量节点相连, 故迭代算法的计算量只与信道“非零”抽头个数成指数关系, 相比与信道多径时延扩展成指数关系的Viterbi算法, 省掉了耗费在信道“零抽头”系数上的计算量, 计算量得到降低.

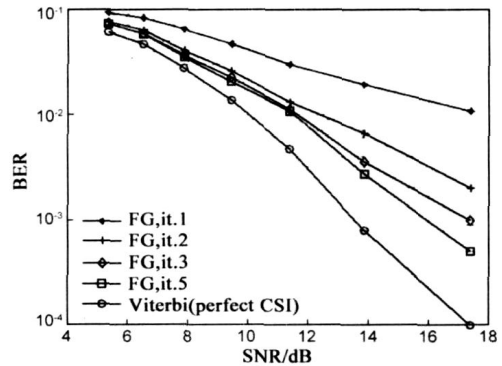


图4 因素图算法与Viterbi算法的BER比较(多径数L=3, $f_d T_s = 0.005$)

其次, 图4和图5分别给出了联合信道估计与信号检测算法在3径和4径信道下的BER性能. 仿真中, 假定导频间隔为20, 粒子数为50. 图中, ‘Viterbi(perfect CSI)’对应精确信道估计下的Viterbi算法, 即这两个仿真均以准确信道估计下的Viterbi算法的BER性能为基准. 与上一组仿真类似, 在两组信道情况下, 联合信道估计与信号检测算法并且经过5次迭代之后, 逐渐收敛

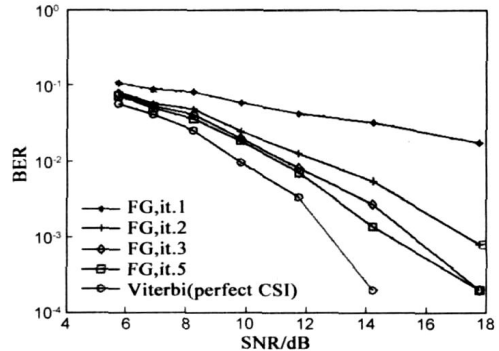


图5 因素图算法与Viterbi算法的BER比较(多径数L=4, $f_d T_s = 0.005$)

到稳定结果.同时,与准确信道估计下的 Viterbi 算法相比,联合算法存在一个由信道估计带来的性能损失,这是因为在信道估计过程中存在近似,即以粒子集合代替信道参数的整个取值空间,而这个性能损失即是来自忽略的那些信道参数取值.

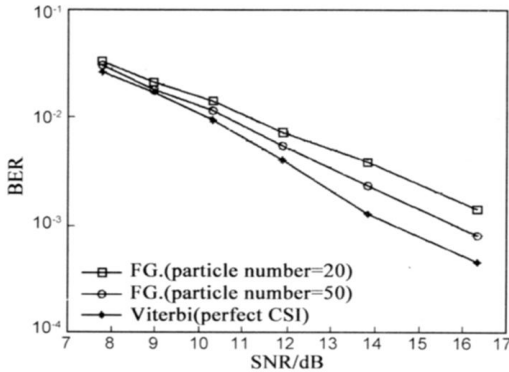


图6 因素图算法与Viterbi算法的BER比较(粒子数 $N=20,50, f_d T_s=0.005$)

很显然,算法性能与粒子滤波算法中粒子数的选取有很大关系.因此针对相同条件下不同粒子数的情形进行了仿真.在该仿真中,假定选取4径信道,并假设导频间隔为 $K=20$.图6中‘FG.(particle number=20)’对应粒子数为20的因素图方法,可看到,相同条件下粒子数等于50的因素图方法的误码率明显降低.显然,粒子数越多,粒子所覆盖的变量的取值范围越大,因此整个算法的性能也越好.但是,增加粒子数会带来计算复杂度的提高.显然,这里有一个性能与复杂度的折中.

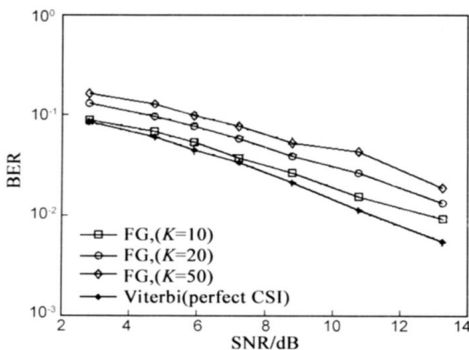


图7 因素图算法与Viterbi算法的BER比较(导频间隔 $K=10,20,50, f_d T_s=0.005$)

最后,图7给出不同导频间隔下的BER性能比较.仿真中,假定信道径数为4,粒子数为50.分别选取导频间隔 $K=10, K=20$ 和 $K=50$.仿真结果显示导频间隔也是影响系统性能的一个重要参数.随着导频间隔的减小,联合信道估计与信号检测的性能逐渐逼近 Viterbi(perfect CSI)的性能.显然,这里有另一个折中问题,即性能与频谱利用率的折中.

5 结论

本文提出了一种新颖的频率选择性衰落信道下的

联合信道估计和信号检测算法.针对多径信道特征,基于广义分配率准则,对实现发送序列最优估计的似然函数进行分解.在此基础上得到一个简单的因素图模型,然后将和积算法应用于因素图从而得到了算法的具体表述式.同时,在信道估计中引入粒子滤波算法,通过采用离散粒子代替连续变量的积分实现了信道的实时跟踪.仿真结果表明,在理想信道估计情况下,本文提出的迭代检测算法可以逼近 Viterbi 算法的性能,且计算复杂度低于 Viterbi 算法,而在非理想信道估计下,由于粒子滤波算法较好的信道跟踪效果,本文提出的迭代检测算法仍能取得较好的性能.当然,在粒子数较大的情况下这种联合信道估计与信号检测的算法具有较高的计算量,进一步降低粒子滤波算法带来的计算量问题是下一步的工作内容.

参考文献:

- [1] J G Proakis. Digital Communication[M]. New York: McGraw-Hill, 1995.
- [2] D Forney. Maximum likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1972, 18(3): 363-378.
- [3] S M Aji, R J McEliece. The generalized distributive law[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2000, 46(2): 325-343.
- [4] A P Worthen, W E Stark. Unified design of iterative receivers using factor graph[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 849-853.
- [5] F R Kschischang, B J Frey, H A Loeliger. Factor graphs and the sum product algorithm[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 498-519.
- [6] H A Loeliger. An introduction to factor graphs[J]. IEEE signal processing Magazine, 2004, 21(1): 28-41.
- [7] P M Djuric, J H Kotecha, J Zhang, et al. Particle filtering[J]. IEEE signal processing Magazine, 2003, 20(5): 19-38.
- [8] K E Baddour, N. C. Beaulieu. Autoregressive models for fading channel simulation[A]. In Proc. IEEE Globecom '01[C], San Antonio, USA, 2001. 1187-1192.
- [9] H S Wang, N Moayeri. Finite state Markov channel: A useful model for radio communication channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 1995, 44(1): 163-171.
- [10] G Colavolpe, G Geri. On the application of factor graphs and the sum product algorithm to ISI channel[J]. IEEE Transactions on communications, 2005, 53(5): 818-825.
- [11] M N Kaynak, T M Duman, E M Kurtas. Belief propagation over frequency selective fading channels[A]. In Proc. IEEE VTC2004 Fall[C], Los Angeles, USA, 2004. 1367-1371.
- [12] M C Valenti, B D Woerner. Iterative channel estimation and decoding of pilot symbol assisted Turbo codes over flat fading

channels[J]. IEEE JSAC in communications, 2001, 19(9): 1697-1705.

作者简介:



郭心悦 女, 1981年1月生于江苏常熟, 2003年至今在复旦大学电子工程系硕博连读, 现为复旦大学电子工程系博士研究生. 主要研究方向: 无线通信系统中的信号处理.
E-mail: xinyueguo@fudan.edu.cn



胡波 男, 1968年生, 1996年毕业于复旦大学, 获博士学位, 现为复旦大学电子工程系教授、博士生导师, IEEE 电路与系统分会盲信号处理技术委员会委员. 主要研究方向: 数字信号处理、无线通信、电路分析与设计等方面的算法及应用.



杨涛 男, 1970年生, 2004年毕业于上海交通大学, 获博士学位, 现为复旦大学电子工程系讲师、IEEE 会员. 主要研究方向: 宽带无线通信理论及信号处理.